PRUEBA DE ACCESO Y ADMISIÓN A LA UNIVERSIDAD

ANDALUCÍA, CEUTA, MELILLA y CENTROS en MARRUECOS

CURSO 2020–2021

MATEMÁTICAS II

Instrucciones:

a) Duración: 1 hora y 30 minutos.

b) Este examen consta de 8 ejercicios distribuidos en 2 bloques (A y B) de 4 ejercicios cada uno.

c) Cada ejercicio tiene un valor máximo de 2.5 puntos.

d) Se realizarán únicamente cuatro ejercicios, independientemente del bloque al que pertenezcan. En caso de responder a más de cuatro ejercicios, se corregirán únicamente los cuatro que aparezcan físicamente en primer lugar.

e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, ni gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

f) En la puntuación máxima de cada ejercicio están contemplados 0.25 puntos para valorar la expresión correcta de los procesos y métodos utilizados.

BLOQUE A

EJERCICIO 1 (2.5 puntos)

Sea la función continua $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{\ln(e^x + x^3)}{x} & \text{si} \quad x < 0 \\[2ex] 4x^2 + a & \text{si} \quad 0 \leq x < 1 \\[2ex] b + \operatorname{sen}(\pi x) & \text{si} \quad 1 \leq x \end{cases}$$

($\ln$ denota la función logaritmo neperiano). Determina a y b.

EJERCICIO 2 (2.5 puntos)

Sea $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = \dfrac{e^{2x} - 1}{e^{2x} + 1}$.

a) Estudia y halla las asíntotas de la gráfica de f. **(1.25 puntos)**

b) Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de f. **(1.25 puntos)**

EJERCICIO 3 (2.5 puntos)

Calcula $\displaystyle\int_0^{\pi/2} \left(2\operatorname{sen}^2(x) - \cos^2(x)\right) dx$.

EJERCICIO 4 (2.5 puntos)

Considera las funciones $f, g\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definidas por $f(x) = |x| - 2$ y por $g(x) = 4 - x^2$.

a) Halla los puntos de corte de las gráficas de ambas funciones y esboza el recinto que delimitan. **(1 punto)**

b) Determina el área del recinto anterior. **(1.5 puntos)**

BLOQUE B

EJERCICIO 5 (2.5 puntos)

Considera la matriz $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 2 \\ -1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 4 \end{pmatrix}$.

a) Estudia, según los valores de λ, el rango de la matriz $A - \lambda I$, siendo I la matriz identidad de orden tres. **(1.75 puntos)**

b) Resuelve el sistema $(A-I)\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ y halla, si existe, una solución en la que $x = 2$. **(0.75 puntos)**

EJERCICIO 6 (2.5 puntos)

Considera las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & m & 1 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 2 \\ m & -1 \end{pmatrix}$.

a) Calcula m para que AB no tenga inversa. **(1 punto)**

b) Estudia el rango de la matriz BA según los valores de m. **(1.5 puntos)**

EJERCICIO 7 (2.5 puntos)

Considera las rectas

$$r \equiv \begin{cases} x = 2 + 3\lambda \\ y = -1 + 2\lambda \\ z = 3 + \lambda \end{cases} \qquad \text{y} \qquad s \equiv \begin{cases} 2x - y - 2 = 0 \\ y + 2z - 4 = 0 \end{cases}$$

a) Halla el plano que contiene a r y es paralelo a s. **(1.5 puntos)**

b) Deduce razonadamente que ningún plano perpendicular a s contiene a r. **(1 punto)**

EJERCICIO 8 (2.5 puntos)

Considera los puntos $A(1, 2, 3)$, $B(-2, 4, -3)$ y $C(-10, 1, 0)$.

a) Halla el área del triángulo de vértices A, B y C. **(1.25 puntos)**

b) Halla el plano que equidista de A y B. **(1.25 puntos)**
