Bloque 1: Matrices y Determinantes

Propiedades de los Determinantes 2011

ESTRUCTURA

Cada documento recoge un tipo de ejercicio de cada uno de los bloques presentes en la prueba de Selectividad de Andalucía ordenados por año. En cada ejercicio os dejo el enunciado junto al examen a que pertenece y a continuación su solución.

AGRADECIMIENTOS

Este proyecto nació sin darme cuenta, empezó como una pequeña ayuda para mis alumnos, pero un día uno de mis estudiantes me dijo “porque no ayudas a más gente” y pensé que si lo compartía a través de las redes llegaría a donde yo no puedo. Todo esto no sería posible sin la ayuda de mi mujer que siempre me ha apoyado en todos mis proyectos, quería agradecerle toda la ayuda, el apoyo y sobre todo la paciencia que ha tenido.

No quiero despedirme sin daros las gracias a vosotros mis queridos lectores que si habéis llegado hasta aquí significa que mi mensaje ha llegado, espero que os sirva de ayuda.

Mr.Wh1t3

TABLA DE CONTENIDO

2011. RESERVA A. OPCIÓN A. EJERCICIO 3.

Sean A y B dos matrices cuadradas de orden 3 cuyos determinantes son $|A| = \frac{1}{2}$ y $|B| = -2$. Halla:

a) [0,5 puntos] $|A^3|$.

b) [0,5 puntos] $|A^{-1}|$.

c) [0,5 puntos] $|-2A|$.

d) [0,5 puntos] AB^t, siendo B^t la matriz traspuesta de B.

e) [0,5 puntos] El rango de B.

Resolveremos todos los apartados aplicando las propiedades de los determinantes.

a)

$$|A^3| = |A\cdot A\cdot A| = \left[\begin{array}{l}\text{El determinante del producto de dos}\\ \text{matrices cuadradas del mismo orden es}\\ \text{igual alproducto de sus determinantes.}\end{array}\right] = |A|\cdot|A|\cdot|A| = |A|^3 = \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{8}$$

Solución:

El $|A^3| = \dfrac{1}{8}$

b)

$$|A^{-1}| = \left[\begin{array}{l}\text{El determinante de una matriz inversa es igual}\\ \text{a la inversa de su determinante:}\\ A\cdot A^{-1} = I; |A\cdot A^{-1}| = |I|; |A|\cdot|A^{-1}| = |I|\\ \text{como } |I|\text{=1} \to |A^{-1}| = \dfrac{1}{|A|}\end{array}\right] = \frac{1}{|A|} = \frac{1}{\frac{1}{2}} = 2$$

Solución:

El $|A^{-1}| = 2$

c)

$$|-2A| = \left[\begin{array}{l}\text{Si una fila o columna de un determinante se encuentra}\\ \text{multiplicada por un mismo número, dicho número}\\ \text{podemos extraerlo fuera multiplicando al determinante.}\\ \text{En este caso tenemos las tres filas multiplicadas por } -2,\\ \text{extrañendo un } -2 \text{ por cada una de las filas.}\end{array}\right] = (-2)\cdot(-2)\cdot(-2)\cdot|A| =$$

$$= (-2)^3\cdot\frac{1}{2} = -\frac{8}{2} = -4$$

Solución:

El $|-2A| = -4$

d)

$$\left|A \cdot B^t\right| = \left[\begin{array}{l}\text{El determinante del producto de dos matrices cuadradas} \\ \text{del mismo orden es igual al producto de sus determinantes.}\end{array}\right] = |A| \cdot \left|B^t\right| =$$

$$= \left[\begin{array}{l}\text{El determinante de una matriz cuadrada} \\ \text{cuadrada coincide con el determinante} \\ \text{de su traspuesta.}\end{array}\right] = |A| \cdot |B| = \frac{1}{2} \cdot (-2) = -\frac{2}{2} = -1$$

Solución:

El $\left|A \cdot B^t\right| = -1$

e) Como B es una matriz cuadrada de orden 3 cuyo determinante es distinto de cero tendrá rango máximo

$$r(B) = 3$$

El rango de una matriz nos dice el número de filas o columnas que son linealmente independientes, por las propiedades de los determinantes sabemos que si el determinante de una matriz es diferente de cero no existe combinación lineal.

Solución:

El rango de B es 3 porque el $|B| = -2 \neq 0$.