



- Instrucciones:**
- a) Duración: 1 hora y 30 minutos.
  - b) Este examen consta de 8 ejercicios.
  - c) Cada ejercicio tiene un valor máximo de 2.5 puntos.
  - d) Se realizarán únicamente **cuatro** ejercicios de los **ocho** ejercicios propuestos. Si se realizan más de cuatro ejercicios, solo se evaluarán los primeros cuatro ejercicios que aparezcan físicamente en el papel de examen.
  - e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, ni gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.
  - f) En la puntuación máxima de cada ejercicio están contemplados 0.25 puntos para valorar la expresión correcta de los procesos y métodos utilizados.

### **EJERCICIO 1 (2.5 puntos)**

Considera la función  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  dada por  $f(x) = e^x(x^2 - 5x + 6)$ . Determina los intervalos de concavidad y de convexidad de  $f$  y los puntos de inflexión de su gráfica.

### **EJERCICIO 2 (2.5 puntos)**

Calcula  $\int_0^\pi x \operatorname{sen}^2(x) dx$ .

### **EJERCICIO 3 (2.5 puntos)**

Considera el sistema de ecuaciones dado por  $AX = B$  siendo

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ m & 4 & -2 \\ 0 & m+2 & -3 \end{pmatrix}, X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \text{ y } B = \begin{pmatrix} 2 \\ 2m \\ 1 \end{pmatrix}.$$

- a) Discute el sistema según los valores de  $m$ . **(1.5 puntos)**
- b) Para  $m = -2$ , ¿existe alguna solución con  $z = 0$ ? En caso afirmativo, calcúlala. En caso negativo, justifica la respuesta. **(1 punto)**

### **EJERCICIO 4 (2.5 puntos)**

Considera el plano  $\pi \equiv x - y + az = 0$  y la recta  $r \equiv \begin{cases} 4x - 3y + 4z = 1 \\ 3x - 2y + z = 0 \end{cases}$

- a) Halla  $a$  sabiendo que  $\pi$  es paralelo a  $r$ . **(1.5 puntos)**
- b) Determina el plano perpendicular a  $r$  que pasa por el punto  $P(1, 2, 3)$ . **(1 punto)**



---

**EJERCICIO 5 (2.5 puntos)**

Sea la función derivable  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definida por

$$f(x) = \begin{cases} e^{2ax-4b} & \text{si } x < 1 \\ 1 - x \ln x & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$$

( $\ln$  denota la función logaritmo neperiano).

- Determina los valores de  $a$  y  $b$ . **(1.75 puntos)**
- Halla la ecuación de la recta tangente a la gráfica de  $f$  en el punto de abscisa  $x = 2$ . **(0.75 puntos)**

---

**EJERCICIO 6 (2.5 puntos)**

Considera las funciones  $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definidas por  $f(x) = |x|$  y  $g(x) = x^2 - 2$ .

- Calcula los puntos de corte de las gráficas de  $f$  y  $g$ . Esboza el recinto que determinan. **(1 punto)**
- Determina el área del recinto anterior. **(1.5 puntos)**

---

**EJERCICIO 7 (2.5 puntos)**

Considera  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$  y  $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ .

- Halla los valores de  $\lambda$  tales que  $|A - \lambda I| = 0$ , donde  $I$  es la matriz identidad de orden 3. **(1.25 puntos)**
- Para  $\lambda = 1$ , resuelve el sistema dado por  $(A - \lambda I)X = 0$ . ¿Existe alguna solución tal que  $z = 1$ ? En caso afirmativo, calcúlala. En caso negativo, justifica la respuesta. **(1.25 puntos)**

---

**EJERCICIO 8 (2.5 puntos)**

Considera el plano  $\pi \equiv x - y + z = 2$  y la recta  $r \equiv \frac{x}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z+2}{-1}$ .

- Calcula la distancia entre  $r$  y  $\pi$ . **(1 punto)**
  - Halla la ecuación general del plano perpendicular a  $\pi$  que contiene a  $r$ . **(1.5 puntos)**
-