



- Instrucciones:**
- a) Duración: 1 hora y 30 minutos.
 - b) Este examen consta de 8 ejercicios.
 - c) Cada ejercicio tiene un valor máximo de 2.5 puntos.
 - d) Se realizarán únicamente **cuatro** ejercicios de los **ocho** ejercicios propuestos. Si se realizan más de cuatro ejercicios, solo se evaluarán los primeros cuatro ejercicios que aparezcan físicamente en el papel de examen.
 - e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, ni gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.
 - f) En la puntuación máxima de cada ejercicio están contemplados 0.25 puntos para valorar la expresión correcta de los procesos y métodos utilizados.

EJERCICIO 1 (2.5 puntos)

Sea $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = (5 - x)e^{x-4}$. Determina los puntos de la gráfica de f cuya recta tangente tiene pendiente máxima.

EJERCICIO 2 (2.5 puntos)

Considera la función $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(t) = \frac{1}{1 + e^t}$

a) Calcula $\int f(t)dt$ (Sugerencia: efectúa el cambio de variable $x = 1 + e^t$). (1.5 puntos)

b) Se define $g(x) = \int_0^x f(t)dt$. Calcula $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{g(x)}{x}$ (1 punto)

EJERCICIO 3 (2.5 puntos)

Considera el sistema de ecuaciones
$$\begin{cases} -my + z = 1 \\ 5x + 2y + mz = 0 \\ my + (m - 3)z = -3 \end{cases}$$

a) Discute el sistema en función de m . (1.25 puntos)

b) Para $m = 0$, resuelve el sistema. Calcula, si es posible, una solución en la que $y = 5$. (1.25 puntos)

EJERCICIO 4 (2.5 puntos)

Considera los puntos $A(1, 0, 1)$, $B(-1, 0, 2)$ y $O(0, 0, 0)$, y la recta $r \equiv \begin{cases} x = -1 - \lambda \\ y = \lambda \\ z = 2 \end{cases}$

a) Calcula la distancia del punto A a la recta r . (1.5 puntos)

b) Determina el área del triángulo de vértices A , B y O . (1 punto)



EJERCICIO 5 (2.5 puntos)

Se sabe que la función $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ dada por

$$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx - 1,$$

tiene un punto crítico en $x = 2$ y que la recta normal a su gráfica en el punto de abscisa $x = 1$ es $y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$.
Calcula a , b y c .

EJERCICIO 6 (2.5 puntos)

Calcula $\int \cos(\ln x) dx$ (\ln denota la función logaritmo neperiano).

EJERCICIO 7 (2.5 puntos)

Considera $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & m \\ m & 2 & -3 \\ m-1 & 0 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 5 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$ y $C = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$.

- a) Determina los valores de m para los que la ecuación $AX + B = C$ tiene solución única. **(1 punto)**
b) Para $m = 0$, halla X tal que $AX + B = C$. **(1.5 puntos)**
-

EJERCICIO 8 (2.5 puntos)

Considera el plano $\pi \equiv 2x - y + z - 3 = 0$, la recta $r \equiv \begin{cases} x = 3 + \lambda \\ y = 1 - 2\lambda \\ z = -2 - \lambda \end{cases}$ y el punto $P(1, 1, 2)$.

- a) Determina la ecuación general del plano perpendicular a π , paralelo a r y que pasa por el punto P .
(1.25 puntos)
b) Calcula el punto simétrico de P respecto de la recta r . **(1.25 puntos)**
-