



Instrucciones:

- a) Duración: 1 hora y 30 minutos.
- b) Elija cuatro de los ocho ejercicios propuestos de al menos tres bloques distintos. Se corregirán los cuatro primeros ejercicios que aparezcan en el examen y que cumplan el requisito anterior.
- c) En cada ejercicio, parte o apartado se indica la puntuación máxima asignada.
- d) Todos los resultados deben estar suficientemente justificados.
- e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. Si obtiene resultados directamente con la calculadora, explique con detalle los pasos necesarios para su obtención sin el uso de la misma.

Este examen consta de 4 Bloques (A, B, C y D)

Deberá responder a cuatro ejercicios de entre los ocho propuestos con la condición de que pertenezcan al menos a 3 bloques distintos. En caso de responder a más ejercicios de los requeridos, serán tenidos en cuenta los respondidos en primer lugar.

BLOQUE A

EJERCICIO 1

Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & m \\ 1 & 1 & 1 \\ m & 3 & 5 \end{pmatrix}$, con m un parámetro real, se pide:

- a) **(0.8 puntos)** ¿Para qué valores del parámetro m tiene inversa la matriz A ?
- b) **(1.7 puntos)** Para $m = 0$, resuelva la ecuación matricial $X \cdot A = A \cdot A^t$.

EJERCICIO 2

Se considera la región del plano definida por las siguientes inecuaciones:

$$x + y \leq 4 \quad x - y \geq -2 \quad x + 3y \geq 2 \quad y \leq 2$$

- a) **(1.5 puntos)** Representéla gráficamente y determine sus vértices.
- b) **(0.25 puntos)** Indique razonadamente si el punto $(4, -0.75)$ pertenece a dicha región.
- c) **(0.75 puntos)** ¿En qué puntos de la región anterior la función $F(x, y) = x + y$ alcanza los valores máximo y mínimo y cuáles son estos valores?

BLOQUE B

EJERCICIO 3

De una función f sabemos que su gráfica pasa por el punto $(1, 3)$ y que su derivada es $f'(x) = 2x - 6$.

- a) **(0.75 puntos)** Determine la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = 1$.
- b) **(1 punto)** Estudie la monotonía y la existencia de extremos de la función f .
- c) **(0.75 puntos)** Determine la función f y representéla gráficamente.

EJERCICIO 4

Se considera la función $f(x) = \begin{cases} \frac{2}{x+1} & \text{si } x < -2 \\ x^2 + a & \text{si } x \geq -2 \end{cases}$

- a) **(1 punto)** Calcule el valor de a para que f sea continua en todo su dominio. Para ese valor de a , ¿es derivable la función f ?
- b) **(0.5 puntos)** Para $a = -6$, halle la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = 3$.
- c) **(1 punto)** Para $a = -6$, esboce la gráfica de f y calcule el área de la región limitada por la gráfica de la función f , el eje de abscisas y las rectas $x = 3$ y $x = 5$.



BLOQUE C

EJERCICIO 5

Se sabe que el 65 % de los estudiantes de bachillerato de Andalucía ha participado en programas Erasmus+ y que de ellos, el 80 % ha mejorado su calificación en lengua extranjera. De los estudiantes que no han participado en programas Erasmus+, mejoran su calificación en lengua extranjera el 30 %. Se elige al azar un estudiante de bachillerato de Andalucía.

- (1.5 puntos)** ¿Cuál es la probabilidad de que haya mejorado su calificación en lengua extranjera?
- (1 punto)** Si se sabe que ha mejorado su calificación en lengua extranjera, ¿cuál es la probabilidad de que haya participado en un programa Erasmus+?

EJERCICIO 6

El 47 % de los jóvenes andaluces tienen una vida sedentaria. De ellos, el 72 % presentan obesidad, mientras que solamente la presentan el 22 % de los jóvenes no sedentarios. Se elige al azar un joven andaluz.

- (1 punto)** Calcule la probabilidad de que sea sedentario y no presente obesidad.
- (0.75 puntos)** Calcule la probabilidad de que presente obesidad.
- (0.75 puntos)** Calcule la probabilidad de que sea sedentario, sabiendo que presenta obesidad.

BLOQUE D

EJERCICIO 7

Tomada al azar una muestra de 600 alumnos de una universidad española, se encontró que $\frac{2}{3}$ de los mismos podían expresarse en inglés con fluidez.

- (1.5 puntos)** Calcule un intervalo de confianza al 98 % para estimar la proporción de alumnos de esa universidad que pueden expresarse en inglés con fluidez. ¿Se podría admitir a ese nivel de confianza que la proporción de alumnos de esa universidad que pueden expresarse en inglés con fluidez es $\frac{13}{20}$?
- (0.25 puntos)** Teniendo en cuenta el intervalo anterior, ¿qué error máximo se cometería en dicha estimación?
- (0.75 puntos)** Si se mantienen la misma proporción muestral y la misma confianza, ¿cuántos alumnos como mínimo habría de tener una muestra para que el error de estimación sea inferior al 2 %?

EJERCICIO 8

La cantidad de café por taza que suministra una máquina de café sigue una distribución Normal con media desconocida y desviación típica 0.8 cm^3 . En una muestra de 45 tazas suministradas por esa máquina, se ha medido un total de $5\,400 \text{ cm}^3$ de café.

- (0.5 puntos)** Calcule el estimador puntual para la cantidad media de café por taza que suministra la máquina.
- (1 punto)** Calcule un intervalo de confianza al 97 % para estimar la cantidad media de café por taza que suministra la máquina.
- (1 punto)** Calcule, con el mismo nivel de confianza, el tamaño muestral mínimo que se ha de tomar para que, al estimar la cantidad media de café por taza, el error cometido sea inferior a 0.2 cm^3 .