

**Instrucciones:** a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos.

- b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.
- d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
- e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

**Opción A**

**Ejercicio 1.-** Sea  $f$  la función definida por  $f(x) = \frac{1}{2x} + \ln x$  para  $x > 0$  ( $\ln$  denota el logaritmo neperiano).

- a) [1'75 puntos] Determina el punto de la gráfica de  $f$  en el que la pendiente de la recta tangente es máxima.
- b) [0'75 puntos] Halla la ecuación de la recta normal a la gráfica de  $f$  en el punto de abscisa  $x = 1$ .

**Ejercicio 2.-** [2'5 puntos] Calcula  $\int_{-1}^1 \ln(4-x)dx$  ( $\ln$  denota el logaritmo neperiano).

**Ejercicio 3.-** Considera el siguiente sistema de ecuaciones lineales

$$\left. \begin{array}{rclcl} x & + & (m+1)y & + & 2z & = & -1 \\ mx & + & y & + & z & = & m \\ (1-m)x & + & 2y & + & z & = & -m-1 \end{array} \right\}$$

- a) [1'75 puntos] Discute el sistema según los valores del parámetro  $m$ .
- b) [0'75 puntos] Resuélvelo para  $m = 2$ . Para dicho valor de  $m$ , calcula, si es posible, una solución en la que  $z = 2$ .

**Ejercicio 4.-** Considera los vectores  $\vec{u} = (1, -1, 0)$ ,  $\vec{v} = (0, 1, 2)$ ,  $\vec{w} = (1 + \alpha, 2\alpha, 2 - 3\alpha)$ . Halla los valores de  $\alpha$  en cada uno de los siguientes casos:

- a) [1 punto]  $\vec{u}$ ,  $\vec{v}$  y  $\vec{w}$  están en el mismo plano.
- b) [0'5 puntos]  $\vec{w}$  es perpendicular a  $\vec{u}$  y a  $\vec{v}$ .
- c) [1 punto] El volumen del tetraedro que tiene por aristas a los vectores  $\vec{u}$ ,  $\vec{v}$ ,  $\vec{w}$  es  $1/6$ .

**Instrucciones:** a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos.

- b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.
- d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
- e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

**Opción B**

**Ejercicio 1.- [2'5 puntos]** Sea  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  la función definida por  $f(x) = x^3 + bx^2 + cx + d$ . Halla  $b, c$  y  $d$  sabiendo que  $f$  tiene un máximo relativo en  $x = -1$  y que  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x-1} = 4$ .

**Ejercicio 2.-** Sea  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  la función definida por  $f(x) = -x^2 + 2x + 3$ .

- a) [0'5 puntos] Calcula la ecuación de la recta tangente a la gráfica de  $f$  en el punto de abscisa  $x = 2$ .
- b) [0'75 puntos] Esboza el recinto limitado por la gráfica de  $f$ , la recta  $2x + y - 7 = 0$  y el eje  $OX$ , calculando los puntos de corte.
- c) [1'25 puntos] Halla el área del recinto descrito en el apartado anterior.

**Ejercicio 3.-** Considera las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 1+m & 1 \\ 1 & 1-m \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

- a) [0'75 puntos] ¿Para qué valores de  $m$  se verifica que  $A^2 = 2A + I$ ? ( $I$  denota la matriz identidad).
- b) [1'75 puntos] Para  $m = 1$ , calcula  $A^{-1}$  y la matriz  $X$  que satisface  $AX - B = AB$ .

**Ejercicio 4.-** Considera el punto  $P(2, -2, 0)$  y la recta  $r$  dada por

$$\begin{cases} x + z - 2 = 0 \\ y + z - 1 = 0 \end{cases}$$

- a) [1'25 puntos] Halla la ecuación del plano que contiene a  $P$  y es perpendicular a  $r$ .
- b) [1'25 puntos] Calcula la distancia de  $P$  a  $r$ .