



Instrucciones:

- Duración:** 1 hora y 30 minutos.
- Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.
- Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
- Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1.- [2'5 puntos] Una hoja de papel tiene que contener 18 cm^2 de texto. Los márgenes superior e inferior han de tener 2 cm cada uno y los laterales 1 cm. Calcula las dimensiones de la hoja para que el gasto de papel sea mínimo.

Ejercicio 2.- Sea $I = \int \frac{5}{1 + \sqrt{e^{-x}}} dx$.

- [1 punto] Expresa I haciendo el cambio de variable $t^2 = e^{-x}$.
- [1'5 puntos] Determina I .

Ejercicio 3.-

- [1'75 puntos] Discute, según los valores del parámetro λ , el siguiente sistema de ecuaciones

$$\left. \begin{array}{rcl} -x + \lambda y + z & = & \lambda \\ \lambda x + 2y + (\lambda + 2)z & = & 4 \\ x + 3y + 2z & = & 6 - \lambda \end{array} \right\}$$

- [0'75 puntos] Resuelve el sistema anterior para $\lambda = 0$.

Ejercicio 4.- [2'5 puntos] Halla la ecuación del plano que es paralelo a la recta r de ecuaciones

$$\begin{cases} x - 2y + 11 = 0 \\ 2y + z - 19 = 0 \end{cases} \text{ y contiene a la recta } s \text{ definida por } \begin{cases} x = 1 - 5\lambda \\ y = -2 + 3\lambda \\ z = 2 + 2\lambda \end{cases}$$

Instrucciones:

- Duración:** 1 hora y 30 minutos.
- Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.
- Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
- Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción B

Ejercicio 1.- Considera la función $f : [0, 4] \rightarrow \mathbb{R}$ definida por:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + ax + b & \text{si } 0 \leq x \leq 2 \\ cx & \text{si } 2 < x \leq 4 \end{cases}$$

- [1'75 puntos] Sabiendo que f es derivable en todo el dominio y que verifica $f(0) = f(4)$, determina los valores de a , b y c .
- [0'75 puntos] Para $a = -3$, $b = 4$ y $c = 1$ halla los extremos absolutos de f (abscisas donde se obtienen y valores que se alcanzan).

Ejercicio 2.- Considera la función $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ dada por $f(x) = x^2 + 4$.

- [0'75 puntos] Halla la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = 1$.
- [1'75 puntos] Esboza el recinto limitado por la gráfica de f , el eje de ordenadas y la recta de ecuación $y = 2x + 3$. Calcula su área.

Ejercicio 3.- [2'5 puntos] Sean las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad C = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & -2 \end{pmatrix}$$

Calcula la matriz X que cumpla la ecuación $AXB = C$.

Ejercicio 4.- Considera los planos π_1 , π_2 y π_3 dados respectivamente por las ecuaciones

$$x + y = 1, \quad ay + z = 0 \quad \text{y} \quad x + (1 + a)y + az = a + 1$$

- [1'5 puntos] ¿Cuánto ha de valer a para que no tengan ningún punto en común?
- [1 punto] Para $a = 0$, determina la posición relativa de los planos.